

Zadatak I–1

Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da

$$f(x^2 + f(x)f(y)) = xf(x+y)$$

vrijedi za sve realne brojeve x i y .

Zadatak I–2

Neka je $n \geq 3$ prirodni broj. Označavanje n vrhova, n stranica i unutrašnjosti pravilnog n -terokuta koristeći $2n+1$ različitih cijelih brojeva je *memorabilno* ako vrijede sljedeći uvjeti:

- (a) Oznaka svake stranice je aritmetička sredina oznaka krajnjih točaka te stranice.
- (b) Oznaka unutrašnjosti n -terokuta je aritmetička sredina oznaka svih vrhova.

Odredi sve prirodne brojeve $n \geq 3$ za koje postoji memorabilno označavanje pravilnog n -terokuta koristeći $2n+1$ uzastopnih cijelih brojeva.

Zadatak I–3

Neka je $ABCDE$ konveksni peterokut. Neka je P sjecište pravaca CE i BD . Prepostavimo da vrijedi $\measuredangle PAD = \measuredangle ACB$ i $\measuredangle CAP = \measuredangle EDA$. Dokaži da su središta kružnica opisanih trokutima ABC i ADE kolinearna s točkom P .

Zadatak I–4

Odredi najmanju moguću vrijednost izraza

$$|2^m - 181^n|,$$

pri čemu su m i n prirodni brojevi.

Vrijeme: 5 sati

Vrijeme za pitanja: 60 min

Svaki zadatak vrijedi 8 bodova.

Poredak zadataka ne ovisi o njihovoj težini.