

**I-1. Feladat**

Határozd meg az összes olyan  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt, melyre

$$f(x^2 + f(x)f(y)) = xf(x + y)$$

teljesül minden  $x$  és  $y$  valós számra.

**I-2. Feladat**

Legyen  $n \geq 3$  egész szám. Egy szabályos  $n$ -szög  $n$  csúcsának,  $n$  oldalának és a belsejének felcímkézését  $2n + 1$  különböző egész számmal *memorábilisnak* nevezzük, ha az alábbi feltételek teljesülnek rá:

- (a) Minden oldalra írt szám az oldal végpontjaira írt két szám átlaga.
- (b) Az  $n$ -szög belsejébe írt szám a csúcsokra írt számok átlaga.

Határozd meg az összes olyan  $n \geq 3$  egész számot, melyre létezik  $2n + 1$  egymást követő egész számból álló memorábilis felcímkézése egy szabályos  $n$ -szögnek.

**I-3. Feladat**

Legyen  $ABCDE$  egy konvex ötszög. Legyen  $P$  a  $CE$  és  $BD$  egyenesek metszéspontja. Tegyük fel, hogy  $PAD \sphericalangle = ACB \sphericalangle$  és  $CAP \sphericalangle = EDA \sphericalangle$ . Bizonyítsd be, hogy az  $ABC$  és  $ADE$  háromszögek körülírt köreinek középpontjain átmenő egyenesre illeszkedik a  $P$  pont.

**I-4. Feladat**

Határozd meg a

$$|2^m - 181^n|$$

kifejezés lehető legkisebb értékét, ahol  $m$  és  $n$  pozitív egész számok.