

Задача I-1

Найдите все функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, удовлетворяющие равенству

$$f(x^2 + f(x)f(y)) = xf(x + y)$$

при всех действительных числах x и y .

Задача I-2

Пусть $n \geq 3$ — целое число. Мемориальной назовём такую нумерацию n вершин, n сторон и внутренней правильного n -угольника $2n+1$ различными целыми числами, что выполняются следующие условия:

- (a) Номер каждой стороны равен среднему арифметическому номеров её концов.
- (b) Номер внутренней n -угольника равен среднему арифметическому номеров всех вершин.

Найдите все целые числа $n \geq 3$, для которых существует мемориальная нумерация правильного n -угольника $2n + 1$ последовательными целыми числами.

Задача I-3

Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$. Прямые CE и BD пересекаются в точке P . Известно, что $\angle PAD = \angle ACB$ и $\angle CAP = \angle EDA$. Докажите, что центры описанных окружностей треугольников ABC и ADE лежат на одной прямой с точкой P .

Задача I-4

Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$|2^m - 181^n|,$$

где m и n — положительные целые числа.